

Løsning øving 2

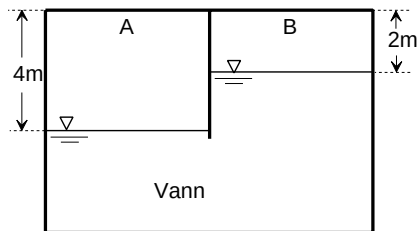
Oppgave 2.7 Estimèr det absolutte trykket i det største kjente havdyp der spesifikk tyngde $\gamma_{\text{bunn}} \approx 10520 \text{ N/m}^3$.

Oppgitt: $\gamma_{\text{overflate}} = 10050 \text{ N/m}^3$. Som et estimat for spesifikk tetthet kan vi bruke $\gamma_{\text{middel}} = \frac{1}{2}(\gamma_{\text{bunn}} + \gamma_{\text{overflate}}) \approx 10285 \text{ N/m}^3$.

Det absolutte trykket blir da $P_{\text{bunn}} \approx p_a + \gamma_{\text{middel}} h$ der $p_a = 101350 \text{ Pa}$.

$$\Rightarrow P_{\text{bunn}} \approx 1.136 \cdot 10^8 \text{ Pa} = \underline{\underline{1121 \text{ atm}}}.$$

Oppgave 2.14 Finn absolutt trykk øverst i luftlommen til høyre (B), og finn feilen pga. neglisjering av luftens vekt.



Gitt trykket i venstre luftlomme (A) = $P_A = 95 \text{ kPa}$, og temperatur 20°C .

Finner tyngden for vann fra tabell A1:

$$\gamma_{\text{vann}} = 9790 \text{ N/m}^3.$$

Som en første tilnærmelse kunne vi brukt $\gamma_{\text{luft}} \approx \text{konst.}$, men fordi tettheten til luft varierer med trykket blir det mer nøyaktig å bruke ideell gasslov: $p = \rho RT \Rightarrow \gamma_{\text{luft}} = p \cdot g / RT$.

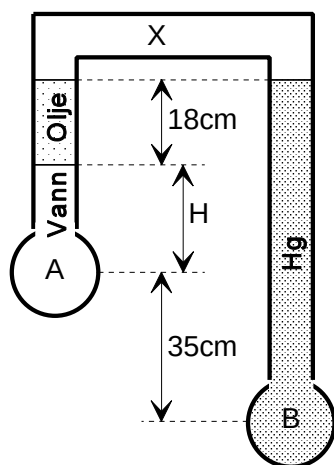
Setter opp trykk-likevekt for høyden lik vannspeilet ved A:

$$\begin{aligned} P_A + \gamma_{\text{luft}} \cdot 4\text{m} &= P_B + \gamma_{\text{luft}} \cdot 2\text{m} + \gamma_{\text{vann}} \cdot 2\text{m} \\ \Rightarrow P_A + \frac{P_A}{RT} \cdot g \cdot 4\text{m} &= P_B + \frac{P_B}{RT} \cdot g \cdot 2\text{m} + \gamma_{\text{vann}} \cdot 2\text{m} \\ \Rightarrow P_B &= \frac{P_A \left(1 + \frac{g \cdot 4\text{m}}{RT}\right) - \gamma_{\text{vann}} \cdot 2\text{m}}{1 + \frac{g \cdot 2\text{m}}{RT}} \end{aligned}$$

$$\text{Tallverdi: } g = 9.81 \text{ m/s}^2, R = 287 \text{ m}^2/\text{s}^2\text{K}, T = 293 \text{ K} \Rightarrow \underline{\underline{P_B = 75450 \text{ Pa}}}$$

$$\text{Neglisjerer } \gamma_{\text{luft}} \Rightarrow P'_B = P_A - \gamma_{\text{vann}} \cdot 2\text{m} = \underline{\underline{75420 \text{ Pa}}} \quad \underline{\underline{\text{Altså en feil på } 0.04 \%}}.$$

Oppgave 2.32 Finn vannhøyden H i U-røret.



Venstre side (A) er fylt med vann og 18 cm olje;

$$SG = 0.827 = \rho_{\text{olje}} / \rho_{\text{vann}}.$$

Høyre side (B) er fylt med $(H + 18\text{cm} + 35\text{cm})$ kvikksølv.

Trykkforskjellen i bunnen av rør-endene er oppgitt til $P_B - P_A = 97 \text{ kPa}$, og en temperatur på 20°C :

$$\gamma_{\text{vann}} = (\rho g)_{\text{vann}} = 9790 \text{ N/m}^3, \gamma_{\text{Hg}} = 133100 \text{ N/m}^3.$$

Trykket øverst i røret er Ukjent:

$$P_A = H \cdot \gamma_{\text{vann}} + 0.18\text{m} \cdot \rho_{\text{olje}} g + \text{Ukjent}$$

$$\text{og } P_B = (H + 0.53\text{m}) \cdot \gamma_{\text{Hg}} + \text{Ukjent}.$$

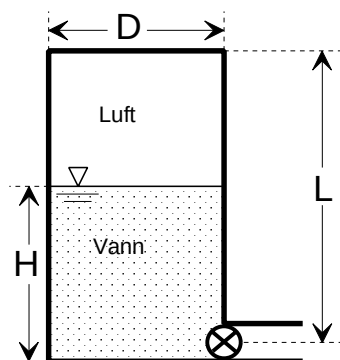
Setter $\rho_{\text{olje}} = SG \cdot \rho_{\text{vann}}$ der $\rho_{\text{vann}}(20^\circ\text{C}) = 998 \text{ kg/m}^3$, og eliminerer "Ukjent":

$$\text{Ukjent} = P_A - H \cdot \gamma_{\text{vann}} - 0.18\text{m} \cdot SG \cdot \rho_{\text{vann}} \cdot g = P_B - (H + 0.53\text{m}) \cdot \gamma_{\text{Hg}}$$

$$\Rightarrow H = \frac{P_B - P_A + 0.18\text{m}(\rho_{\text{vann}} \cdot SG)g - 0.53\text{m} \cdot \gamma_{\text{Hg}}}{\gamma_{\text{Hg}} - \gamma_{\text{vann}}}$$

$$\Rightarrow H = 0.226\text{m}. \text{ Svar: } \underline{\underline{H = 22.6 \text{ cm}}}$$

Oppgave 2.47



En sylindrisk tank med høyde $L = 1.1\text{m}$ og diameter D fylles med vann fra en pumpe nederst i tanken som yter $P_p = 175 \text{ kPa}$. Ved et gitt øyeblikk er trykket i luftlommen i tanken $P_o = 110 \text{ kPa}$ og vannhøyden $H = H_0$ er 35cm . Finn H ved likevekt, gitt temperatur 20°C og isotherm prosess: $p \cdot V = \text{konstant}$.

Startvolum for luften:

$$V_o = A \cdot (L - H_0) \text{ der } H_0 = 0.35\text{m} \text{ og } A = \pi \cdot D^2/4$$

Ved likevekt må pumpestrykket P_p balansere trykket fra den ukjente vannhøyden H pluss det ukjente lufttrykket P_x inne i tanken.

$$p_p = H \cdot \gamma_{\text{vann}} + P_x = H \cdot \gamma_{\text{vann}} + P_0 \frac{V_0}{V_x} \quad \text{der} \quad V_x = A(L - H)$$

Setter inn for startvolumet V_0 og det ukjente sluttvolumet V_x :

$$P_p = H \cdot \gamma_{\text{vann}} + P_0 \frac{A(L - H_0)}{A(L - H)}$$

$$\Rightarrow (P_p - H \cdot \gamma_{\text{vann}})(L - H) = P_0(L - H_0)$$

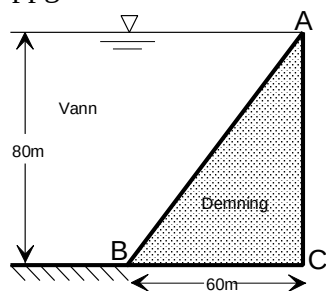
$$\Rightarrow H^2 - H \cdot (L + P_p / \gamma_{\text{vann}}) + P_p \cdot L / \gamma_{\text{vann}} - P_0(L - H_0) / \gamma_{\text{vann}} = 0$$

Denne 2.gradslikningen for H gir med tallverdier innsatt:

$$L = 1.1\text{m}, H_0 = 0.35\text{m}, \gamma_v = 9790 \text{ N/m}$$

$$\underline{\underline{H = 0.612\text{m}}}$$

Oppgave 2.66



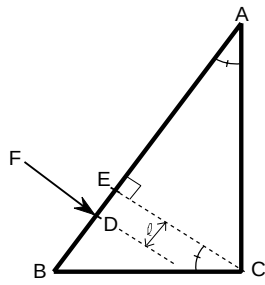
Gitt en trekantet betong-demning ABC. Finn den hydrostatiske trykkraften på flaten AB og momentet dette gir om punktet C. Vurdér om demningen vil tippe uten og med vann under demningen.

Atmosfæretrykket virker på begge sider av demningen og kanselleres. Den hydrostatiske kraften F er lik trykket i arealsenteret P_{CG} ganget med arealet av flaten:

$$F = P_{CG} \cdot \text{Areal} = \gamma \cdot \frac{AC}{2} \cdot AB \cdot b \quad \text{der} \quad \text{bredden } b = 30\text{m}.$$

Retningen på kraften F er vinkelrett på AB , og avstanden fra arealsenteret ned til angrepspunktet er gitt ved

$$y_{CP} = -\sin\theta \cdot \frac{I_{xx}}{h_{CG} \cdot \text{Areal}} = -\frac{AC}{AB} \cdot \frac{\frac{1}{12} \cdot b \cdot (AB)^3}{\frac{AC}{2} \cdot b \cdot AB} = -\frac{1}{6} AB$$



Avstanden fra overflaten langs flaten AB ned til angrepspunktet blir da:

$$AD = \frac{AB}{2} - y_{CP} = AB\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{6}\right) = \frac{2}{3}AB$$

For å finne momentet som kraften F gir om C må vi beregne armen. Linjen fra C normalt på AB treffer i punktet E. Da trekantene ABC og ACE er kongruente:

$$\frac{AE}{AC} = \frac{AC}{AB} \Rightarrow AE = \frac{(AC)^2}{AB}$$

Armen l blir da

$$l = AD - AE = \frac{2}{3}AB - \frac{(AC)^2}{AB} = AB\left(\frac{2}{3} - \left(\frac{AC}{AB}\right)^2\right)$$

Innsatt tallverdier får vi $l = \underline{AB \cdot 2/75} = 2.67\text{m}$. Angrepslinjen for F ligger dermed **under** punktet C. Demningen vil dermed ikke tippe, selv om den var vektløs!

Tallverdi: $\gamma = 9790\text{N/m}^3 \Rightarrow F = 1.175 \cdot 10^9\text{N}$, $\underline{M = F \cdot l = 3.13 \cdot 10^9\text{Nm}}$.

Hvis det er vann under demningen må vi ta med trykkraften fra undersiden som gir et moment om C **med** klokka. Demningen er av betong (2.4 ganger tyngre enn tilsvarende volum vann) og gir et moment **mot** klokka. Totalt: demningen tipper!