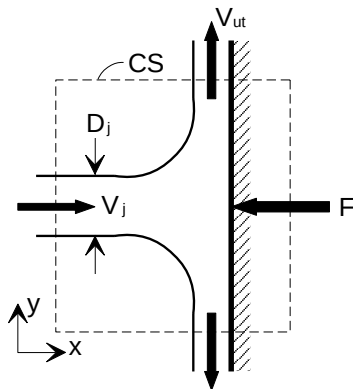


Løsning øving 5

Oppgave 3.40 Finn kraften F i Newton som må til for å holde plata stille.



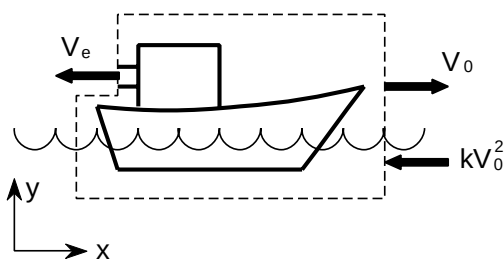
Kraftloven i x -retning (hvis vi tegner kontrollvolumet slik at ut-hastigheten ikke har noen x -komponent, så blir det kun bidrag fra innløpet):

$$\Sigma F_x = F = \int_{\text{inn}} \rho V_j (-V_j) dA = -\rho V_j^2 \frac{\pi}{4} D_j^2$$

Tallverdi: $\rho = 998 \text{ kg/m}^3$, $V_j = 8 \text{ m/s}$, $D_j = 0.1 \text{ m}$

$$\Rightarrow F = 501.7 \text{ N}$$

Oppgave 3.48 Finn hastigheten V_0 til båten i m/s.



Gitt hastigheten $V_e = 343 \text{ m/s}$ ut av dysa, $p_e = 1 \text{ atm} = 101325 \text{ Pa}$, $T_e = 303 \text{ K}$, $D_e = 0.03 \text{ m}$, $k = 19 \text{ N s}^2/\text{m}^2$.

Tettheten for luftstrømmen ut av dysa finnes fra ideell gasslov:

$$\rho_e = \frac{p_e}{RT_e} = 1.165 \text{ kg/m}^3$$

Legger et kontrollvolum CV som følger båten med hastighet V_0 , og betrakter problemet ut fra et absolutt koordinatsystem. Impulsatsen for et bevegelig kontrollvolum:

$$\Sigma \vec{F} = \frac{d}{dt} \int_{\text{CV}} \rho \vec{v} dV + \int_{\text{CS}} \rho \vec{v} (\vec{v}_r \cdot \vec{n}) dA$$

Første ledd på høyre side uttrykker endring av bevegelsesmengde i kontrollvolumet, som her blir null. Andre ledd på høyre side gir netto impuls ut av kontrollvolumet, og leddet gir bidrag kun over dysa med areal A_e :

$$\rho \vec{v} = \text{impulsen ut av dysa målt i et absolutt system} = -\rho_e (V_e - V_0)$$

$$(\vec{v}_r \cdot \vec{n}) = \text{transporthastigheten over kontrollflaten} = V_e$$

De eneste ytre kreftene som virker på kontrollvolumet i x -retning er friksjonskraften:

$$-kV_0^2 = -\rho_e(V_e - V_0) \cdot (V_e) \cdot A_e$$

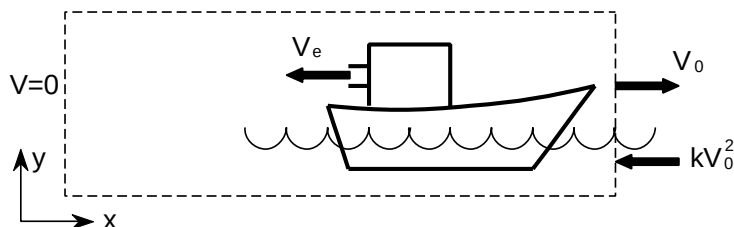
$$\Rightarrow V_0^2 + V_0 \frac{\rho_e V_e A_e}{k} - \frac{\rho_e V_e^2 A_e}{k} = 0 \quad \text{der} \quad A_e = \frac{\pi}{4} D_e^2$$

Løsning:

$$V_0 = \frac{\rho_e V_e A_e}{2k} \left[-1 \pm \sqrt{\frac{4k}{\rho_e A_e} + 1} \right] = \underline{2.25 \text{ m/s}}$$

Alternativ løsning:

La kontrollvolumet være deformerbart slik at all impuls som sendes ut av dysa fortsatt befinner seg inne i kontrollvolumet. Impulssatsen:



$$\Sigma \vec{F} = \frac{d}{dt} \iiint_{CV} \rho \vec{v} dV + \iint_{CS} \rho \vec{v} (\vec{v}_r \cdot \vec{n})$$

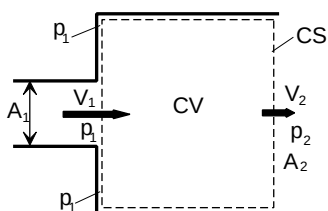
Her blir fluksleddet null: ingen fluks ut av kontrollvolumet.

Økning av bevegelsesmengden inne i kontrollvolumet blir impulsen $-\rho_e(V_e - V_0)$ ganget med volumstrømmen $V_e A_e$:

$$-kV_0^2 = -\rho_e(V_e - V_0) \cdot (V_e A_e)$$

og vi får samme svar som før.

Oppgave 3.59 Vis at $p_2 = p_1 + \rho V_1^2 \frac{A_1}{A_2} (1 - \frac{A_1}{A_2})$



Bruker kontrollvolumet allerede inntegnet på figuren. Massebevarelse (inkompressibelt):

$$Q = V_1 A_1 = V_2 A_2 \Rightarrow V_2 = V_1 \frac{A_1}{A_2}$$

Impulssatsen i strømretningen (stasjonært):

$$\Sigma F_x = \iint_{CS} \rho V_x (\vec{v} \cdot \vec{n}) dA$$

Neglisjerer veggfriksjonen. De eneste ytre kreftene på kontrollvolumet er trykkrefter:

$$\Sigma F_x = p_1 A_2 - p_2 A_2 = \rho V_1 (-V_1) A_1 + \rho V_2 (V_2) A_2$$

Legg merke til at trykket p_1 virker over hele flaten A_2 . Setter inn for V_2 og ordner:

$$\underline{\underline{p_2 = p_1 + \rho V_1^2 \frac{A_1}{A_2} \left(1 - \frac{A_1}{A_2}\right)}}$$

NB. Her er trykket p_1 et gjennomsnittstrykk over hele flaten A_2 . Hvis vi bruker Bernoulli's likning med trykket p_1 får vi et annet svar. For å bruke Bernoulli's likning må vi dele opp trykket p_1 i to: et trykk p_{SENER} over innløpsarealet A_1 og et annet trykk $p_{\text{HJØRNE}}$ i hjørne-området ($A_2 - A_1$). Gjennomsnittstrykket p_1 kan da finnes som

$$p_1 = \frac{1}{A_2} [p_{\text{SENER}} \cdot A_1 + p_{\text{HJØRNE}} \cdot (A_2 - A_1)]$$

og vi får samme svar.